

## Andre skisse – kjerneelementer i matematikk fellesfag



**Dette er en skisse til hva kjerneelementer kan være. Den viser hvor langt kjerneelementgruppen har kommet i arbeidet med å definere hva som er kjerneelementer i de ulike fagene.**

*Fagets kjerneelementer er det elevene må lære for å kunne mestre og anvende faget, det mest betydningsfulle faglige innholdet elevene skal arbeide med i opplæringen.*

*Kjerneelementene skal prege innholdet og progresjonen i læreplanene og bidra til at elevene over tid utvikler forståelse av innhold og sammenhenger i faget.*

*Fagets kjerneelementer består av sentrale begreper, metoder, tenkemåter, kunnskapsområder og uttrykksformer i faget.*

*Alle fag har metoder, tenkemåter, begreper, kunnskapsområder og uttrykksformer som er sentrale, men fordi fagene er ulike, er det viktig at de kommer til uttrykk på fagenes premisser og med forskjellig vektning av de ulike elementene der fagenes egenart krever det.*

*Meld. St. 28 (2015–2016)*

**Hovedendringer fra første skisse:** I forrige utkast var kjerneelementene delt inn i tre kategorier: Kunnskapsområder, generell kompetanse i matematikk og generell læringskompetanse. Den siste kategorien har vi nå fjernet, men mye av innholdet er overført til avsnittet "Kort utdypende tekst om verdigrunnlaget knyttet til faget". Videre er de to første kategoriene slått sammen til én, og kunnskapsområdene er samlet i ett kjerneelement.

Kjerneelementgruppen ber om forståelse for at dette er arbeid under utvikling, og at vi ikke har hatt tid til å samordne og finpusse.

<b>Kjerneelementer i faget</b>  (faglige, punktvis, ev kort setning)	<b>Sentralt innhold i kjerneelementene</b>  (innhold inkludert begreper, metoder, tenkemåter, kunnskapsområder og uttrykksformer i faget)
<p><b>De fire første kjerneelementer om tenkemåter/metoder skal ha en synlig progresjon gjennom hele skoleløpet.</b></p>	
<p><b>Progresjonen i det siste kjerneelementet om innhold (tall og tallforståelse, algebra, geometri, funksjoner) er nærmere presisert nedenfor.</b></p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Problemløsning og utforskning</li> </ul>	<p>Problemløsning innebærer å løse oppgaver der eleven i utgangspunktet ikke kjenner en løsningsmetode. For å bli gode problemløsere må elevene utvikle varierte og effektive strategier. Dette fordrer kreativitet og utholdenhet.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ stille matematiske spørsmål</li> <li>▪ identifisere problem</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ utvikle utholdenhet</li> <li>▪ utvikle problemløsningsstrategier som:           <ul style="list-style-type: none"> <li>○ se etter mønster, systematisere, visualisere, gjett og sjekk, løse deler av problemet, arbeide baklengs, tenke på tilsvarende problem, løse et enklere problem, endre angrepsmåte</li> </ul> </li> <li>▪ utvikle algoritmisk tenkning           <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Algoritmisk tenkning innebærer å kunne bryte et problem ned i delproblem som kan løses systematisk blant annet ved hjelp av programmering.</li> </ul> </li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Modellering og anvendelser</li> </ul>	<p>Det er viktig at elevene lærer å koble matematikken til virkeligheten. Modellering handler om å ta en problemstilling fra virkeligheten, omformulere den til et matematisk problem, løse dette problemet og så tolke løsningen i den opprinnelige situasjonen.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ kunne bruke ekte data</li> <li>▪ kunne matematisere</li> <li>▪ kunne generalisere</li> <li>▪ kunne vurdere løsninger</li> <li>▪ kunne vurdere gyldighetsområde og begrensinger til en modell.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Resonnering og argumentasjon</li> </ul>	<p>Det er viktig at elevene tidlig forstår at matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser. De må også lære å utforme sine egne resonnementer både for å løse problemer og for å argumentere for at løsningen er riktig.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ kunne følge og vurdere et matematisk resonnement</li> <li>▪ kunne argumentere for egne løsninger og fremgangsmåter</li> <li>▪ kunne forstå hva et matematisk bevis er</li> <li>▪ kunne skille mellom det som er funnet ut og det som er funnet på (definisjon, setning, påstand, bevis)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Representasjon og kommunikasjon</li> </ul>	<p>Matematikk har sitt eget språk som skiller seg klart fra dagligspråket. Elevene må lære å representere matematisk informasjon på en god måte og å veksle mellom ulike representasjonsformer.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Utvikle et matematisk språk</li> <li>▪ Bruke og uttrykke matematiske begreper</li> <li>▪ kunne forstå og utnytte sammenhenger mellom forskjellige representasjoner           <ul style="list-style-type: none"> <li>- symboler</li> <li>- figurer</li> <li>- tegninger</li> <li>- grafiske fremstillinger</li> <li>- tabeller</li> </ul> </li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- diagram</li> <li>- verbale uttrykk</li> <li>- konkrete</li> </ul>
Abstraksjon og generalisering	<p>Forståelsen for generelle matematiske problemstillinger utgår fra et mangfold av konkret kunnskap og ferdigheter. Underveis i prosessen erfarer elevene økende grad av abstrahering i representasjoner og fremgangsmåter. Elevene skal</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• utvikle algebraisk tenking, som innebærer å:             <ul style="list-style-type: none"> <li>○ generalisere fra utforsking med tall, utregninger og figurer</li> <li>○ formalisere disse ideene ved bruk av hensiktsmessige symboler,</li> </ul> </li> <li>• utforske mønster og sammenhenger</li> <li>• kunne generalisere sammenhenger</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Tall og tallforståelse, algebra, funksjoner, geometri</li> </ul>	<p>Tall er det mest sentrale begrepet i skolematematikk, og det er viktig at elevene tidlig får et godt tallbegrep og varierte regnestrategier. Dette er grunnmuren i det elevene skal mestre i løpet av grunnskolen. Statistikk, sannsynlighet og måling er integrert i dette kjerneelementet.</p> <p>Algebra i grunnskolen betyr å arbeide med strukturer, mønster og relasjoner. Elevene skal gjennom hele skoleløpet arbeide med algebraisk tenkemåte - om hvordan algebra er en generalisering av tallregning, om hvordan algebra kan brukes til å finne ukjente størrelser, og om hvordan algebra kan brukes til å uttrykke sammenhenger mellom størrelser.</p> <p>Geometri en sentral del av matematikkfaget. Elevene skal lære å kjenne varierte former og figurer og skaffe seg innsikt i deres egenskaper og bruksmuligheter. De skal lære å beskrive plassering i plan og rom.</p> <p>Arbeidet med funksjoner må ha fokus på overgangene mellom ulike representasjoner (Janviertabellen). En funksjon beskriver en endring eller utvikling av en størrelse som er avhengig av en annen på en entydig måte. Analyse av funksjoner går på å lete etter spesielle egenskaper som hvor raskt en utvikling går og når utviklingen får spesielle verdier.</p>
<p><b>Progresjon/forventet læringsløp knyttet til kjerneelementene:</b></p> <p><i>Gruppen er ikke ferdig med denne delen, men har startet et arbeid.</i></p> <p>Kjerneelementer om tenkemåter/metoder skal ha en synlig progresjon gjennom</p>	

hele skoleløpet.

Kjerneelementet om innhold (tall og tallforståelse, algebra, geometri, funksjoner) vil ha ulike hovedfokus i de ulike deler av skoleløpet.

Småtrinnet	Mellomtrinnet	Ungdomstrinnet	Vg1
Tall og tallforståelse	Tall og tallforståelse	Tall og tallforståelse	Tall og tallforståelse
Prealgebra	Algebra	Algebra	Algebra
Rom og form	Geometri	Geometri	Geometri
		Funksjoner	Funksjoner Sannsynlighet?

### Kort utdypende tekst om tverrfaglige tema i faget:

**Hvilket innhold/perspektiver fra de tverrfaglige temaene mener kjerneelementgruppa er sentrale i faget? De tre tverrfaglige temaene er:**

- bærekraftig utvikling
- demokrati og medborgerskap
- folkehelse og livsmestring

Matematisk kompetanse er en forutsetning for elevenes aktive deltakelse i samfunnet.

Matematikkompetanse kan sees på som en slags lese- og kommunikasjonskunnskap i alle prosesser som berører vår tilværelse som borgere. Algoritmer styrer i dag mye av den informasjonen vi får, og kan påvirke vår evne til medborgerskap uten at vi er klar over det.

Matematikk er et redskapsfag. Å kunne lese diagrammer og tabeller, å kunne vurdere statistisk materiale, å lage modeller, å forstå sin egen lønnslipp eller sin egen skattemelding og å kunne vurdere tall, formler og beregninger er eksempler på dette. Det viktig å kunne se på informasjon og reklamer i dagliglivet med et kritisk blikk, kunne vurdere ulike typer lån og hvordan det vil påvirker hverdagsøkonomien. Er diagrammet i reklamen brukt riktig eller er det i beste fall villedende? I matematikken arbeider vi med å fremsette en påstand og lage et resonnement for å begrunne påstanden. Dette kan overførbar kunnskap og er viktig i dagens samfunn med diskusjoner om og med alternative fakta.

Matematikk er også et tenkefag som betyr å være i stand til å kunne

påpeke urettferdigheter og gi grunnlag for å foreta gode valg i eget liv og som samfunnsborger. Relevans for elevenes hverdag og bruk av ekte data, er viktig for forståelse, motivasjon og livsmestring. Matematikk bør derfor ha en sentral plass i alle de tverrfaglige temaene. Faget bør kunne ta et lederansvar for personlig økonomi under temaet livsmestring. Vi har ikke tatt stilling til når i utdanningsløpet de ulike temaene skal ha et spesielt fokus.

### Kort utdypende tekst om grunnleggende ferdigheter i faget:

#### Hvilke sider av de fem grunnleggende ferdighetene er relevante for faget når det gjelder:

Kjerneelementgruppen vurderer det slik at alle sider ved de grunnleggende ferdighetene er relevante for faget. Dette viser også innspillene som kom etter første høringsrunde.

- **Å kunne lese i faget**

I matematiske problemstillinger vil det være avgjørende å bruke strategier som analyserer en tekst uansett om den er matematisk eller hentet fra andre relevante kilder. Det er ulike former for data som vil være gjenstand for tolkning, for eksempel symboler, figurer, tegninger, grafiske fremstillinger, tabeller og diagram. Det er også avgjørende at elevene forstår den sammenhengen som finnes mellom de ulike representasjonene. Elevene må lære hvordan de trekker informasjon ut fra en sammensatt tekst i matematikk. Å kunne lese i matematikkfaget innebærer også å følge og vurdere et skriftlig, matematisk resonnement.

- **Å kunne skrive i faget**

Gjennom oppgaveprosesser vil det være behov for strategier som innebærer skriftlighet slik som å visualisere og systematisere opplysninger ved bruk av ulike representasjoner. Dette kan være symboler, figurer, tegninger, grafiske fremstillinger, tabeller og diagram som hjelper elevene mot utvikling av fremgangsmåter, og de skal kunne brukes der de kan fungere som hensiktsmessige verktøy. Hensikten med å kunne skrive i matematikkfaget er både for elevers egen utvikling av sin matematisering, men også for å presentere tankegang og resonnement på en forståelig måte.

- **Å kunne regne i faget**

Å regne i matematikkfaget innebærer å løse matematiske problem fra en virkelighetsnær kontekst gjennom praktiske situasjoner eller ved bruk av ekte data. Det er avgjørende å kunne identifisere og forstå problemet og kunne løse det med varierte fremgangsmåter gjennom å bruke ulike strategier fra problemløsning og utforskning. Et viktig element er å vurdere om løsningen er logisk ut fra problemets formulering. Ulike hjelpemidler

benyttes i prosessen.

- **muntlige ferdigheter i faget**

Å utvikle et matematisk språk med bruk av presise begreper er avgjørende for læring av matematikk. Elevene viser denne kompetansen gjennom å bruke begreper i passende sammenhenger og ved å utnytte disse sammenhengene der det er relevant. Gjennom utviklende samtaler, formulering av spørsmål, diskusjon og refleksjon mellom elever og mellom elever og lærer kan dybdelæring oppnås. Elevers utvikling av muntlige resonnement og forklaringer av tankegang bidrar til dypere forståelse av matematikken. Elever må også argumentere for at egne løsninger og fremgangsmåter er holdbare. Gjennom å lytte til medelevers resonnement kan nye innsikter oppnås. Det kan også innebære å følge og vurdere et muntlig, matematisk resonnement.

- **digitale ferdigheter i faget**

Det vil komme et nytt rammeverk for digitale ferdigheter så her vil det måtte justeres når dette innholdet er klart, men det er en rekke elementer som er integrert i denne ferdigheten i matematikkfaget. Gjennom passende dynamisk programvare kan elevene utvikle forståelse for blant annet geometri og funksjoner. Regneark er sentralt i temaer som for eksempel tallregning og algebra, både for å behandle informasjon, men også for å presentere en sammenheng. Ulike programmeringsspråk fungerer som hjelpemidler for flere matematikktemaer. Det finnes også en rekke digitale applikasjoner som kan brukes på hensiktsmessig måte slik at elevene oppnår relasjonell forståelse innenfor mange emner. Dessuten er kalkulatoren et nyttig redskap i løsningsprosesser.

Alle de fem grunnleggende ferdighetene har nær relasjon til hverandre, og hver av dem kan ikke opptre eller utvikles isolert.

### Kort utdypende tekst om verdigrunnet knyttet til faget:

*Må sees i sammenheng med kjerneelementer og progresjon.*

I disse punktene prøver vi å fange opp en del elementer fra «Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen» som ikke er spesifikke for matematikkfaget, men som likevel har så stor betydning for læring av matematikk at vi mener de bør trekkes frem eksplisitt. *Relevans* er det eneste av disse elementene som ikke er eksplisitt nevnt i overordnet del, men et overordnet mål for fagfornyelsen er at læreplanene skal få et mer relevant innhold.

**Motivasjon og mestring.** Motivasjon og mestring er viktig i alle fag, men matematikkfaget har for mange fått et motsatt fokus ved at «matteangst» har blitt et etablert begrep (ref Joe Boaler og Sian Beilock). Dette må primært adresseres ved at langt flere enn i dag opplever at de får tilstrekkelig tid til å mestre den grunnleggende tallforståelsen. Samtidig må læringsmiljøet i klassen oppleves trygt og inkluderende slik at matematikk ikke kobles til negative, følelsesmessige opplevelser. Det er viktig å arbeide med disse problemstillingene både blant elever, lærere og foresatte.

**Relevans.** Matematikken må fremstå som relevant for elevene, både gjennom fagets anvendelser og gjennom den gleden de føler ved å mestre faget. Ved å jobbe med realistiske data og situasjoner, digitale verktøy og programmering vil matematikkfaget kunne fremstå som en relevant del av elevens liv og samfunnet vi lever i.

**Skaperglede, engasjement og utforskertrang.** Det er viktig at elevene får brukt sine sterke sider også i matematikkopplæringen og at faget ikke fremstår som et rent metodefag. Det er viktig å la eleven få undre seg og utforske matematikken, og la eleven få innblikk i hvordan matematikken har utviklet seg i tråd med menneskers nysgjerrighet og utforskertrang. Dette er noe av bakgrunnen for vekten på kjerneelementer med mer overordnet kompetanse. Elevene må gjøre valg i utvikling av løsninger og diskutere hva som er gode og dårlige løsninger på et problem, både med og uten bruk av digitale verktøy.

**Kritisk tenkning.** Matematikk har en viktig rolle i utviklingen av kritisk tenkning. Faget skal lære elevene å forholde seg kritisk og analytisk til kvantitativ informasjon, og det er også rikt på eksempler på systematisk argumentasjon. Algoritmer basert på statistikk styrer i dag en stor del av vår digitale hverdag, og det er viktig å kunne vurdere dette med et kritisk blikk og forstå hvordan de påvirker informasjonsstrømmen.

**Å lære å lære.** Elevenes læringsstrategier i matematikkfaget har ofte vært overfladiske — det har for mange dreid seg om å regne flest mulig rutineoppgaver på kortest mulig tid uten å tenke særlig over hva man gjør. Utforsking og refleksjon må i større grad inn også i dette faget. Det forutsetter imidlertid at alle elevgrupper får oppgaver som er tilpasset deres nivå i utviklingen.

Til sammen vil dette kunne gi elevene mulighet til å bli ansvarlige medborgere som kan bidra inn i et demokratisk samfunn med kunnskap, nysgjerrighet og motivasjon til å løse fremtidens utfordringer.

**Begrunnelser for prioriteringer kjerneelementgruppa har gjort i faget:**

Kjerneelementer:

Progresjon:

Tverrfaglige tema:

Grunnleggende ferdigheter:

Verdigrunnlaget: